

# Grade 0

## Logical Reasoning

( ) 1.

① ② ③




( ) 2.

① 9 ② 14 ③ 15

## Applications

1.

2.

 +  +  = (      )

## Grade 1

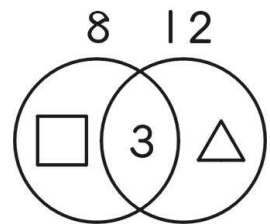
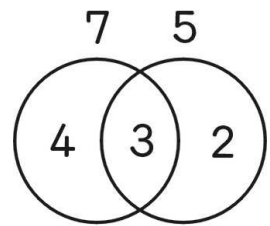
### Logical Reasoning

1) Look at the figures on the right. What is  $\square + \triangle$  ?

看右圖計算： $\square + \triangle = ?$

看右圖計算： $\square + \triangle = ?$

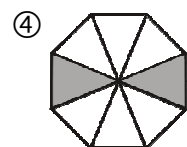
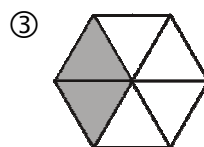
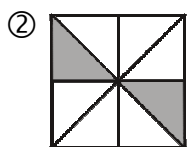
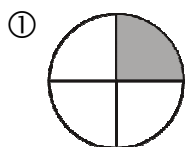
- ① 14    ② 13    ③ 20    ④ 15



2) Which of the figures below doesn't show the concept of  $\frac{1}{4}$  ?

下面哪個圖形不是四分之一？

下面哪个图形不是四分之一？



## Applications

1) Think and count.

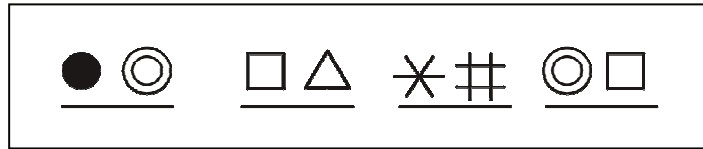
想一想，算一算。

想一想，算一算。

$$\bigcirc + \triangle + \square = ( \quad )$$

$$\begin{array}{r} \bigcirc \triangle \triangle \\ - \quad \square \square \\ \hline \quad \quad \bigcirc \end{array}$$

2)



The four sets of symbols above represent 74, 27, 56, and 32, respectively. What number does  $\bullet\bigcirc$  represent?

上面四組圖形代表 74、27、56、32 這四個數，想一想：請問  $\bullet\bigcirc$  代表( )

上面图形代表 74、27、56、32 这四个数，想一想：请问  $\bullet\bigcirc$  代表( )

## Grade 2

### Logical Reasoning

1) Compute the expression on the right. Find  $\square - \triangle = ?$

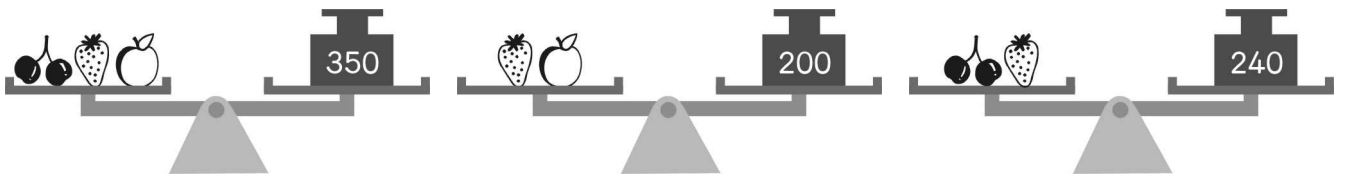
計算右邊算式，請問： $\square - \triangle = ?$

计算右边竖式，请问： $\square - \triangle = ?$

$$\begin{array}{r} 97 \\ - \triangle \square \\ \hline 48 \end{array}$$

- ① 5    ② 6    ③ 7    ④ 8

2)



草莓 = (      )

- ① 90    ② 110    ③ 120    ④ 150

## Applications

1) Compute  $47 + 77 + 57 - (7 + 7 + 7) = ?$

請計算： $47 + 77 + 57 - (7 + 7 + 7) = ?$

请计算： $47 + 77 + 57 - (7 + 7 + 7) = ?$

2) There are 10 math problems. Students will get 8 points for each correct answer and lose 2 points for each incorrect answer. Given that Jenny's score is 50, how many incorrect answers does she write?

數學測驗共 10 題，做對一題得 8 分，做錯一題扣 2 分。珍妮得了 50 分，那麼珍妮做錯了幾題？

数学测验共 10 题，做对一题得 8 分，做错一题扣 2 分。珍妮得了 50 分，那么珍妮做错了几题？

# Grade 3

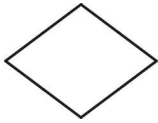
## Logical Reasoning

1) Which of the following four geometric figures has the most number of interior angles ?

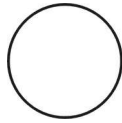
下列哪一個圖形擁有角的數量最多？

下列哪一個圖形擁有角的數量最多？

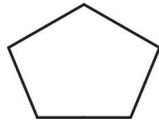
(A)



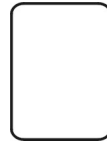
(B)



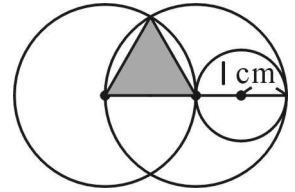
(C)



(D)



2) Given 3 circles placed as shown in the figure on the right with the 3 points being their respective centers. Let the radius of the small circle be 1 cm. Find the perimeter of the triangle with one vertex on the intersection and the other 2 vertices on the centers of the two large circles. Find the perimeter of this triangle in cm.



右圖中三角形的周長是多少 cm？

右图中三角形的周长是多少 cm？

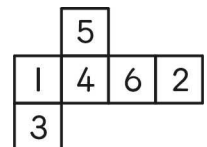
(A) 6    (B) 8    (C) 9    (D) 12

## Applications

1) Fold the paper on the right into a square solid. Find the largest sum of the numbers on two opposite faces.

把右圖這張紙片折成一個正立方體，那麼相對的兩個面的兩數之和最大是多少？

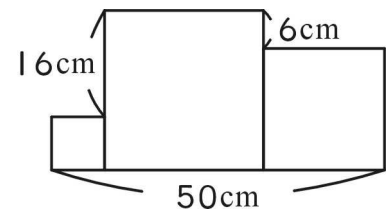
把右图这张纸片折成一个正立方体，那么相对的两个面的两数之和最大是多少？



- 2) The figure on the right is formed by three squares. What is the side length of the largest square in cm?

右圖是由三個正方形組成的複合圖形，請問最大的正方形邊長是多少 cm？

右图是由三个正方形组成的复合图形，请问最大的正方形边长是多少 cm？



## Grade 4

### Logical Reasoning

- 1) Compute  $696 \div 29 + 36 \div 6$ .

計算  $696 \div 29 + 36 \div 6 = ?$

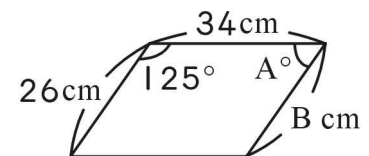
计算  $696 \div 29 + 36 \div 6 = ?$

- (A) 10    (B) 24    (C) 28    (D) 30

- 2) The figure on the right is a parallelogram. According to the indicated labels, find  $A - B$ .

右圖是一個平行四邊形，問  $A - B = ?$

右图是一个平行四边形，问  $A - B = ?$



- (A) 29    (B) 26    (C) 23    (D) 21

### Applications

- 1) On the right is the multiplication of a 5-digit number and a 1-digit number. Find  $A + B + C + D + E$ .

右圖是一個五位數  $\times$  一位數的乘法算式，問  $A + B + C + D + E = ?$

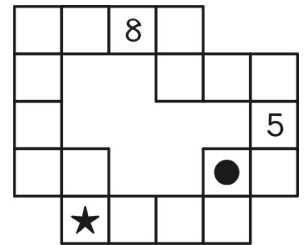
右图是一个五位数  $\times$  一位数的乘法算式，问  $A + B + C + D + E = ?$

$$\begin{array}{r} \text{A B C D E} \\ \times \quad \quad \text{A} \\ \hline \text{E E E E E} \end{array}$$

- 2) Look at the figure on the right. Any three adjacent boxes have the sum of 19. Find  $\bullet + \star$ .

右圖任意三個相鄰方格內寫的數之和都是 19，求  $\bullet + \star = ?$

右图任意三个相邻方格内写的数之和都是 19，求  $\bullet + \star = ?$



## Grade 5

### Logical Reasoning

- 1) Compute  $7\frac{9}{16} - 2\frac{4}{35} + 2\frac{7}{16}$ .

計算  $7\frac{9}{16} - 2\frac{4}{35} + 2\frac{7}{16} = ?$

计算  $7\frac{9}{16} - 2\frac{4}{35} + 2\frac{7}{16} = ?$

- (A)  $6\frac{31}{35}$     (B)  $7\frac{4}{35}$     (C)  $7\frac{31}{35}$     (D)  $11\frac{4}{35}$

- 2) Which one of the names below has exactly 4 letters that are line symmetric figures? (Please refer to the font that shows below.)

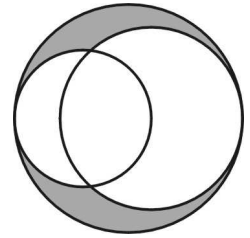
下列哪一個英文名字中，所含的線對稱圖形字母正好是 4 個？(所有的字母字型以選項為準)

下列哪一个英文名字中，所含的线对称图形字母正好是 4 个？(所有的字母字型以选项为准)

- (A) AUDREY    (B) SHARON    (C) NATALIE    (D) CLAIRE

## Applications

- 1) As shown in the given figure, there are 3 circles with radii of 5cm, 4cm, and 3cm, respectively. Find the absolute difference between the area of the overlapped region of the two smaller circles and the area of the shaded region in  $\text{cm}^2$ . ( $\pi = 3.14$ )



如右圖，有半徑分別是 5cm、4cm、3cm 的三個圓，較小的兩個圓重疊部分的面積減去塗色部分的面積是多少  $\text{cm}^2$ ？(圓周率=3.14)

如右图，有半径分别是 5cm、4cm、3cm 的三个圆，较小的两个圆重叠部分的面积减去涂色部分的面积是多少  $\text{cm}^2$ ？(圆周率=3.14)

- 2) Suppose 5 different digits are picked out from 4, 5, 6, 7, 8, and 9 to be inserted into each  $\square$  to make the equation true. How many different ways are there to insert these 5 different digits?

將 4、5、6、7、8、9 這六個數中選出不同的五個分別填在下列的  $\square$  中，使等式成立，那麼有多少種不同的填法？

將 4、5、6、7、8、9 這六個數中選出不同的五個分別填在下列的  $\square$  中，使等式成立，那麼有多少種不同的填法？

$$\square\square - \square\square = \square$$

## Grade 6

### Logical Reasoning

- 1) Toss two fair dice at the same time. What is the probability that both numbers of points on these two dice on this toss are prime numbers?

同時投擲兩個相同的骰子，出現點數都是質數的機率是多少？

同时投掷两个相同的骰子，出现点数都是质数的机率是多少？

- (A)  $\frac{1}{2}$     (B)  $\frac{1}{3}$     (C)  $\frac{1}{4}$     (D) 1



- 2) The difference between numbers A and B is 40. If 8 is added to A, and 8 is subtracted from B, the ratio of these two new numbers is 10 : 3. What is the original ratio of A to B ?

A、B 兩數相差 40，若 A 數加 8，B 數減 8，A 數對 B 數的比變為 10 : 3，則原先 A 數對 B 數的比是多少？

A、B 兩數相差 40，若 A 數加 8，B 數減 8，A 數對 B 數的比變為 10 : 3，則原先 A 數對 B 數的比是多少？

- (A) 2 : 11    (B) 5 : 2    (C) 11 : 5    (D) 9 : 4

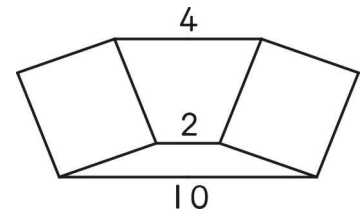
## Applications

- 1) There are some 3-digit numbers that give different remainders when dividing by 2, 3, 4, 5, and 6. For example, one such number is 155. What is the sum of the smallest two such numbers ?

有一類三位數，它們除以 2、3、4、5、6 所得到的餘數都不相同，如：155，這類的三位數最小的兩個之和是多少？

有一类三位数，它们除以 2、3、4、5、6 所得到的余数都不相同，如：155，这类的三位数最小的两个之和是多少？

- 2) As in the figure on the right, a hexagon is divided into two different isosceles trapezoids and two identical squares. Find the area of this hexagon.



如右圖，六邊形被切割成兩個大小不同的等腰梯形和兩個大小相同的正方形，問這個六邊形的面積是多少？

如右图，六边形被切割成两个大小不同的等腰梯形和两个大小相同的正方形，问这个六边形的面积是多少？

## Grade 7

### Logical Reasoning

- 1) What is the tens digit of  $99909^2 + 88805^2 + 77707^2$  ?

$99909^2 + 88805^2 + 77707^2$  的十位數字是多少？

$99909^2 + 88805^2 + 77707^2$  的十位数字是多少？

- (A) 5    (B) 4    (C) 3    (D) 2

- 
- 2) It is known that 3 is the remainder when 99 is divided by  $a$ , and 70 is 2 short from being divisible by  $a$ . How many positive integers can  $a$  be?

已知99被 $a$ 除餘3，且70被 $a$ 除不足2，則正整數 $a$ 之值可能有幾種情形？

已知99被 $a$ 除餘3，且70被 $a$ 除不足2，則正整數 $a$ 之值可能有幾種情形？

- (A) 4    (B) 5    (C) 6    (D) 8

## Applications

- 1) Insert each of the symbols  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ , and  $\div$  into the expression below to make the greatest possible value. If the four  $\square$ 's are marked 1, 2, 3, and 4 from left to right, which  $\square$  should  $\div$  be? (Please present the answer with a number.)

將 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 四個運算符號分別填入下面式子中，使式子的運算結果最大， $\div$ 應放在左邊數過來第幾個 $\square$ 的位置？(請用阿拉伯數字表示)

將 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 四個運算符號分別填入下面式子中，使式子的運算結果最大， $\div$ 應放在左邊數過來第幾個 $\square$ 的位置？(請用阿拉伯數字表示)

$$\frac{1}{2} \square \frac{1}{3} \square \frac{1}{4} \square \frac{1}{5} \square \frac{1}{6}$$

- 
- 2) Given points  $P(x, 5)$  and  $Q(-6, -y)$  are symmetric to the  $x$ -axis. Find  $(x+y)^{2017}$ .

已知 $P(x, 5)$ 與 $Q(-6, -y)$ 對稱於 $x$ 軸，求 $(x+y)^{2017} = ?$

已知 $P(x, 5)$ 與 $Q(-6, -y)$ 對稱於 $x$ 軸，求 $(x+y)^{2017} = ?$

# Grade 8

## Logical Reasoning

1) If  $x + y = 10$  and  $xy = 1$ , find  $x^3y + xy^3$ .

若  $x + y = 10$ ， $xy = 1$ ，則  $x^3y + xy^3$  的值是多少？

若  $x + y = 10$ ， $xy = 1$ ，則  $x^3y + xy^3$  的值是多少？

- (A) 104    (B) 100    (C) 102    (D) 98
- 

2) Suppose  $a$  and  $b$  are both positive integers, and that the integer part of  $\sqrt{a}$  is 5 and the integer part of  $\sqrt{b}$  is 9. Find the integer part of  $\sqrt{a + b}$ .

已知  $a$ 、 $b$  均為整數，且  $\sqrt{a}$  的整數部分是 5， $\sqrt{b}$  的整數部分是 9，則下列何者可能是  $\sqrt{a + b}$  的整數部分？

已知  $a$ 、 $b$  均為整數，且  $\sqrt{a}$  的整數部分是 5， $\sqrt{b}$  的整數部分是 9，則下列何者可能是  $\sqrt{a + b}$  的整數部分？

- (A) 9    (B) 11    (C) 12    (D) 14

## Applications

1) How many integers  $n$  are there such that the result of  $n^4 - 3n^2 + 9$  is a prime number?

能使  $n^4 - 3n^2 + 9$  是質數的整數  $n$  有多少個？

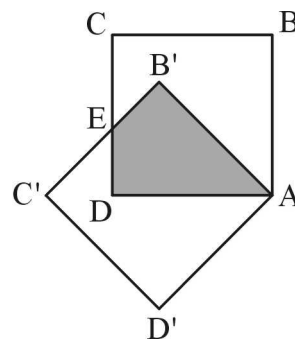
能使  $n^4 - 3n^2 + 9$  是質數的整數  $n$  有多少個？

---

- 2) Given a square ABCD where its side length is 1. Suppose the square is rotated  $45^\circ$  counterclockwise around point A, and then there will be a new square AB'C'D'. Find the area of the shaded region.

將邊長為 1 的正方形 ABCD 繞 A 點旋轉  $45^\circ$  得正方形 AB'C'D'，則塗色部分面積是多少？

將邊長為 1 的正方形 ABCD 繞 A 點旋轉  $45^\circ$  得正方形 AB'C'D'，則塗色部分面積是多少？



## Grade 9

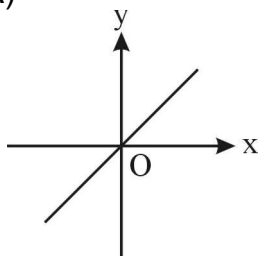
### Logical Reasoning

- 1) Given points A(1, m), B(-1, m), and C(2, m+1). Which one of the following four graphs possibly has all three of these points on the graph?

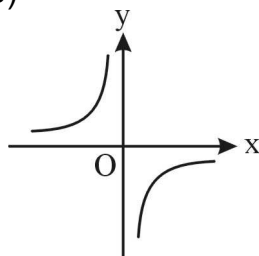
已知點 A(1, m), B(-1, m), C(2, m+1) 在同一函數圖形上，這個函數圖形是下列何者？

已知點 A(1, m), B(-1, m), C(2, m+1) 在同一函數圖形上，這個函數圖形是下列何者？

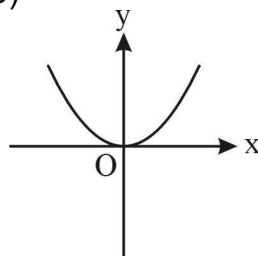
(A)



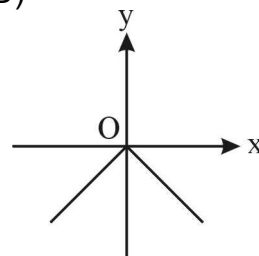
(B)



(C)



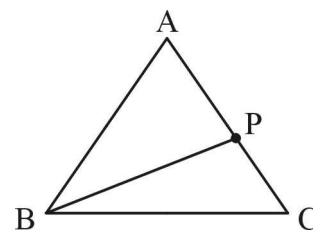
(D)



- 2) As shown in the figure on the right, point P is a point on  $\overline{AC}$  in  $\triangle ABC$  where  $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$  and  $\overline{BC} = 12$ . As P moves along  $\overline{AC}$ , what is the minimum value of  $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP}$ ?

如右圖， $\triangle ABC$  中，有一點 P 在  $\overline{AC}$  上移動，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則  $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP}$  的最小值為何？

如右圖， $\triangle ABC$  中，有一點 P 在  $\overline{AC}$  上移動，若  $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ，則  $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP}$  的最小值為何？



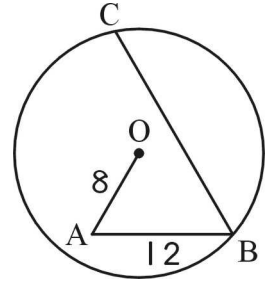
- (A) 16.8    (B) 19.2    (C) 19.6    (D) 20.4

## Applications

- 1) As in the figure on the right, given a circle where  $\overline{OA} = 8$ ,  $\overline{AB} = 12$ , and  $\angle A = \angle B = 60^\circ$ . What is the length of  $\overline{BC}$  ?

在圓內有折線 OABC，其中  $\overline{OA} = 8$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\angle A = \angle B = 60^\circ$ ，則  $\overline{BC} = ?$

在圓內有折線 OABC，其中  $\overline{OA} = 8$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\angle A = \angle B = 60^\circ$ ，則  $\overline{BC} = ?$



- 2) If  $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{36 - 12a + a^2} = 10 - |b + 3| - |b - 2|$ , what is the greatest value for  $a^2 + b^2$  ?

若  $a$ 、 $b$  滿足  $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{36 - 12a + a^2} = 10 - |b + 3| - |b - 2|$ ，則  $a^2 + b^2$  的最大值是多少？

若  $a$ 、 $b$  滿足  $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{36 - 12a + a^2} = 10 - |b + 3| - |b - 2|$ ，則  $a^2 + b^2$  的最大值是多少？

## Grade 10

### Logical Reasoning

- 1) If  $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ,  $y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ , find  $(x + 1)(x - 1) + y^2$ .

$$x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, \text{ 則 } (x + 1)(x - 1) + y^2 = ?$$

$$x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, \text{ 則 } (x + 1)(x - 1) + y^2 = ?$$

- (A) 97    (B) 98    (C) 99    (D) 101

2) Compute  $\log_2(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) + \log_2(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$ .

計算  $\log_2(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) + \log_2(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = ?$

计算  $\log_2(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) + \log_2(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = ?$

- (A) 2      (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{3}{2}$       (D)  $\frac{2}{3}$

## Applications

1) Let  $a_n$  be the last digit of  $n^4$ , find  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2017}$ .

設  $a_n$  表示  $n^4$  的末位數字，則  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2017} = ?$

设  $a_n$  表示  $n^4$  的末位数字，则  $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2017} = ?$

2) Find the area on the coordinate plane according to the given conditions  $\begin{cases} y \geq -|x| - 1 \\ y \leq -2|x| + 3 \end{cases}$ .

在坐標平面上，由條件  $\begin{cases} y \geq -|x| - 1 \\ y \leq -2|x| + 3 \end{cases}$  所限定的平面區域的面積是多少？

在坐标平面上，由条件  $\begin{cases} y \geq -|x| - 1 \\ y \leq -2|x| + 3 \end{cases}$  所限定的平面区域的面积是多少？

## Grade 11

### Logical Reasoning

1) Suppose  $a$ ,  $b$ , and  $c$  represent the side lengths that are opposite to  $\angle A$ ,  $\angle B$ , and  $\angle C$ , respectively. If  $3a + b - 2c = 0$  and  $a - 2b + c = 0$ , what is  $\sin B : \sin C$ ?

$\triangle ABC$  中，設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別代表  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的對邊長，且  $3a + b - 2c = 0$ ， $a - 2b + c = 0$ ，則  $\sin B : \sin C = ?$

$\triangle ABC$  中，設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別代表  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的對邊長，且  $3a + b - 2c = 0$ ， $a - 2b + c = 0$ ，則  $\sin B : \sin C = ?$

- (A) 3 : 5      (B) 4 : 7      (C) 5 : 7      (D) 5 : 8

2) Given a system of equations  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \end{cases}$ , find the value of  $x + y + z$ .

方程組  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \end{cases}$ , 則  $x + y + z = ?$

方程組  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \end{cases}$ , 則  $x + y + z = ?$

- (A) 4      (B)  $4\frac{1}{2}$       (C) 5      (D) 6

## Applications

1) If  $i = \sqrt{-1}$ , find  $i^{99} + i^{100} + i^{101} + \dots + i^{2017}$ .

若  $i = \sqrt{-1}$ , 則  $i^{99} + i^{100} + i^{101} + \dots + i^{2017} = ?$

若  $i = \sqrt{-1}$ , 則  $i^{99} + i^{100} + i^{101} + \dots + i^{2017} = ?$

2) Find GCD ( $2^{120} - 1$ ,  $2^{100} - 1$ ). (GCD means greatest common divisor.)

兩個正整數  $2^{120} - 1$  與  $2^{100} - 1$  的最大公因數是多少？

两个正整数  $2^{120} - 1$  与  $2^{100} - 1$  的最大公因数是多少？